OPTIMIZAZIO-PROBLEMAK EBAZTEKO ARGIBIDEAK

Honelako problemetan optimizatu behar dugun funtzioa ezagutzean datza benetako zailtasuna; optimizatu behar dogun funtzioaren adierazpen analitikoa aurkitzea. Problema honeek ebazten ohitzeko, hona hemen jarraibide batzuk:

1.**- IRAKURRI problemaren enuntziatua behin eta berriro**; ia buruz jakin arte.

2.- Identifikatu optimizatu behar dogun funtzioa (azalera, bolumena, distantzia, denbora, abiadura, kopurua,….)

3.- Problemaren datuak erabiliz, optimizatu beharreko funtzioa aldagai bakar baten menpe adierazi(aukeratu ondo aldagaia; deribatzerakoan sarritan aldagai bat bestea baino erosoagaoa da eta).

4.- Aurreko puntuan lortutako funtzioa deribatu eta zerora berdinduz lortzen dogun ekuazioa ebatzi f´(x)=0.

Ebazpen honetatik lortuko doguz máximo edo minimo posibleak.

5.- Berretsi maximoa edo minimoa:

a)Optimizatu behar dogun funtzioaren bigarren deribada kalkulatu eta bertan lortutako erroa ordezkatu: $\begin{cases} f''(x_0)<0 \quad bada \quad Minimoa \\ f''(x_0)>0 \quad bada \quad Maximoa \end{cases}$

b) Optimizatu behar dogun funtzioaren lehenengo deribadaren taula osotu.

	X_0
f´(x)	+++++++++++++++++0- - - - - - - - - - - - - - -
	↗ Maximoa ↘

	X_0
f´(x)	- - - - - - - - - - - - - - -0++++++++++++++++
	↘ Minimoa ↗

Link interesgarria

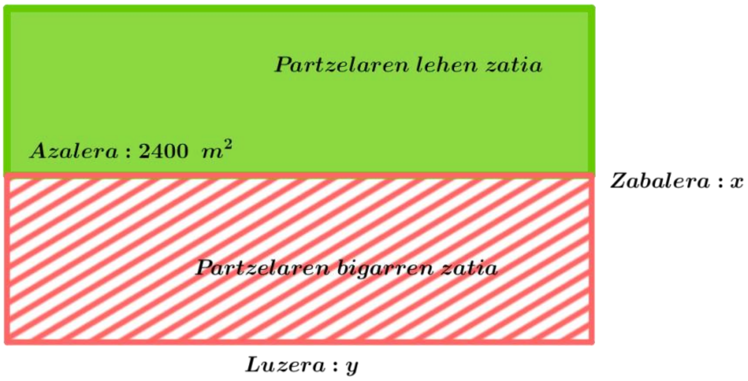
http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/euskaraz/optimacion.htm

JARRAIAN DAUKAZUZ HIRU ADIBIDE; AZTERTU ARRETAZ

ADIBIDEA 1: **2400 m^2-ko azalera daukan laukizuzen itxurako partzela bat hesi batez inguratu nahi da. Horrez gain, aldeetako bati paraleloa dan beste hesi baten bidez, partzela bi zati berdinetan zatitu nahi da. Aurkitu zein izan beharko litzateke partzelaren neurriak erabili beharreko hesi-kantitatea minimoa izan daiten.**

EBAZPENA

1.- **IRAKURRI problemaren enuntziatua behin eta berriro**; ia buruz jakin arte. Horrez gain grafiko bat egin eta ezezagunak identifikatu.



2.- Identifikatu optimizatu behar dogun funtzioa (hesiaren luzera: $f(x, y) = 3y + 2x$)

3.- Problemaren datuak erabiliz, optimizatu beharreko funtzioa aldagai bakar baten menpe adierazi.

x eta y aldagaien arteko lotura laukizuzenaren azalerak emoten duezku: $2400 = x \cdot y$.

x aldagai aukeratuz, y askatu eta optimizatu behar dogun funtzioan ordezkatuko dopgu.

$y = \dfrac{2400}{x}$, beraz $f(x) = 3 \cdot \dfrac{2400}{x} + 2x = \dfrac{7200}{x} + 2x$

4.- Aurreko puntuan lortutako funtzioa deribatu eta zerora berdinduz lortzen dogun ekuazioa ebatzi:

$f'(x) = -\dfrac{7200}{x^2} + 2 = 0$ $\quad -7200 + 2x^2 = 0$ $\quad x^2 = \dfrac{7200}{2} = 3600$ $\quad x = \mu 60$

Baina laukizuzenaren aldea ezin daiteke negatiboa izan beraz x edo zabalera 60 m-koa izango da eta luzera $y = \dfrac{2400}{x} = \dfrac{2400}{60} = 40\ m$ -koa izango da.

5.- Berretsi minimoa:

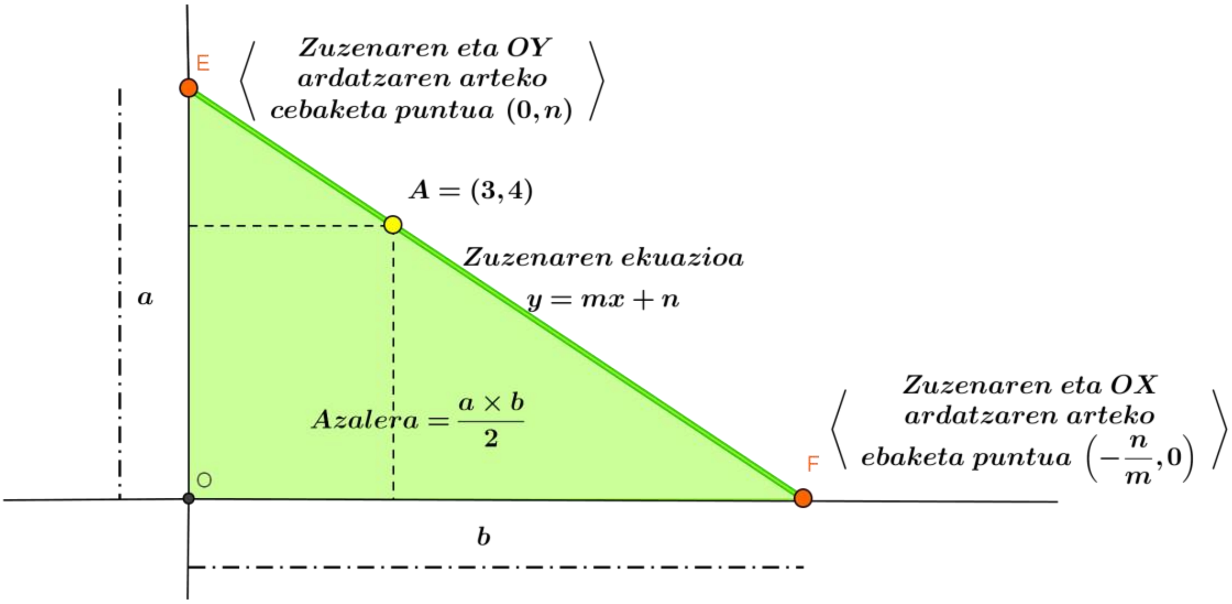
	10 60 80
$f'(x) = -\dfrac{7200}{x^2} + 2$	- - - - - - - - - - - - - -0++++++++++++++++
	Minimoa

Beraz partzelaren neurriak zabalera 60 m eta luzera 40 m dira

ADIBIDEA 2:Kalkulatu A(4,3) puntutik pasatzen dan zuzenaren ekuazioa, jakinik zuzen horrek erdi-ardatz positiboekaz osatzen dauan triangeluaren azalera minimoa dala.

EBAZPENA:

1.- Grafiko bat egin eta ezezagunak identifikatu.



2.- Identifikatu optimizatu behar dogun funztioa: Triangeluaren azalera $Azalera=\frac{a\times b}{2}$

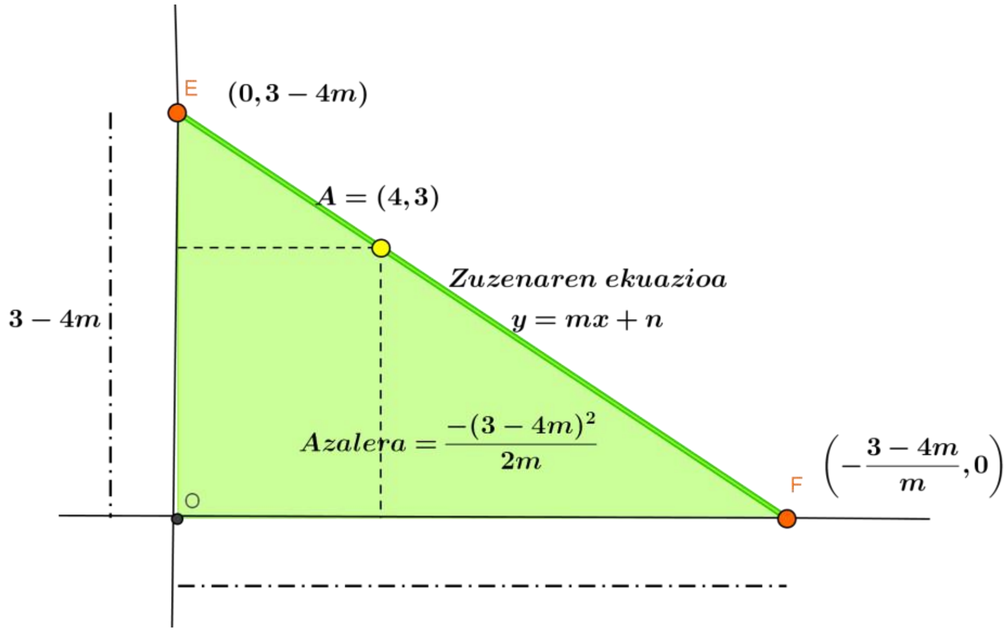
3.- Problemaren datuak erabiliz, optimizatu beharreko funtzioa aldagai bakar baten menpe adierazi.

- OX ardatzagaz ebaketa puntua $y=mx+n=0 \rightarrow x$ *askatu* $x=\frac{-n}{m}=b$
- OY ardatzagaz ebaketa puntua $x=0 \rightarrow y=m\cdot 0+n \rightarrow y$ *askatu* $y=n=a$
- $y=mx+n$ zuzena A(3,4) puntutik pasatu → $n=3-4m$

Hiru ekuazioak kontuan hartuta, a eta b triangeluaren aldeak aldagai bakar baten menpe adierazi daikeguz: $\frac{-(3-4m)}{m}=b$ $(3-4m)=a$; eta ondoren optimizatu behar dogun funtzioa (Triangeluaren azalera) "m" aldagairen menpe adierazi.

$Azalera=\frac{a\times b}{2}=\frac{-(3-4m)^2}{2m}$ $f(m)=\frac{-(3-4m)^2}{2m}$

4.- Aurreko puntuan lortutako funtzioa deribatu eta zerora berdinduz lortzen dogun ekuazioa ebatzi:



$$f(m) = \frac{-(3-4m)^2}{2m}$$

$$f'(m) = \frac{-2(3-4m)\cdot(-4)\cdot 2m + 2(3-4m)^2}{(2m)^2} = \frac{-32m^2+18}{(2m)^2}$$

$$f'(m) = 0 \quad \rightarrow \quad -32m^2+18=0 \quad \rightarrow \quad Ebatzi \quad m = \begin{cases} 3/4 \\ -3/4 \end{cases}$$

5.- Berretsi minimoa:

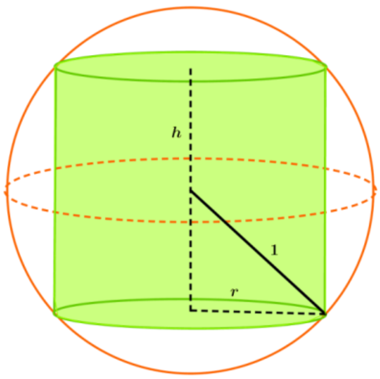
	-1 -3/4 0 3/4 1
$f'(m) = \frac{-32m^2+18}{(2m)^2}$	- - -- - - - - 0+++++++++++++0- - - - - - -
	↘ Minimoa ↗ ↘

Beraz, $m = -\frac{3}{4}$ eta $n = 3 - 4\cdot(-\frac{3}{4}) = 6$ diranean, zuzenak eta erdi-ardatz positiboak osatzen triangeluaren azalera minimoa izano da.

Orduan zuzenaren ekuazioa $y = -\frac{3}{4}x + 6$ **izango da**

ADIBIDEA 3: Erradio 1 metroko esfera baten inskribatutako zilindro guztietatik, kalkulatu bolumen maximoa daukana.

1.- Grafiko bat egin eta ezezagunak identifikatu.



Zilindroaren altuera : h

Zilindroaren erradioa : r

Esferaren erradioa : 1

2.- Identifikatu optimizatu behar dogun funztioa; zilindroaren bolumena: $B(r,h)=\pi r^2 h$

3.- Problemaren datuak erabiliz, optimizatu beharreko funtzioa aldagai bakar baten menpe adierazi. Horretarako aldagaien arteko erlazioa bilatu: Pitagorasen teorema erabiliz

$$1^2=\left(\frac{h}{2}\right)^2+r^2 \quad\rightarrow\quad r^2=1-\frac{h^2}{4}$$

Aldagaiaren (h) balio mugak 0 eta 2 izanik.

Ondoren optimizatu behar dogun funtzioa (Bolumena) “h” aldagairen menpe adierazi:

$$B(r,h)=\pi r^2 h \quad\rightarrow\quad B(h)=\pi\left(1-\frac{h^2}{4}\right)h=\pi\left(h-\frac{h^3}{4}\right)$$

4.- Aurreko puntuan lortutako funtzioa deribatu eta zerora berdinduz lortzen dogun ekuazioa ebatzi:

$$B'(h)=\pi\left(1-\frac{3h^2}{4}\right)=0 \quad\rightarrow\quad 1-\frac{3h^2}{4}=0 \quad\rightarrow\quad 4-3h^2=0 \quad\rightarrow\quad h=\left\{\pm\frac{2}{\sqrt{3}}\right.$$ baina

$h=-\frac{2}{\sqrt{3}}$ balioa ez dago (0,2) tartean beraz ez dau balio.

5.- Berretsi maximoa eta kasu horretan zilindroaren neurriak altuera $h=\frac{2}{\sqrt{3}}\ m$ eta $r=\sqrt{\frac{2}{3}}\ m$ izango dira.

	$h = {}^{2}\!/\!_{\sqrt{3}}$
$B'(h)=\pi\left(1-\frac{3h^2}{4}\right)$	++++++++++++++ 0 - - - - - - - - - - - -
	Maximoa

GOGORATU PAUSUAK

1. DATUAK APUNTATU /MARRAZKIA
2. EZEZAGUNAK DEFINITU
3. DATUAK ETA EZEZAGUNAK EKUAZIO MODUAN ADIERAZI.
4. MAXIMIZATU / MINIMIZATU BEHAR DUGUN FUNTZIOA ADIERAZI
5. EZEZAGUN BAT BAINO GEHIAGO EGOTEKOTAN DENA EZEZAGUN BATEN MENPE ADIERAZI.
6. FUNTZIOAREN MAXIMIZAZIO EDO MINIMIZAZIORAKO LEHEN DERIBATUA EGIN. **f’(x)=0**
7. MAXIMOA EDO MINIMOA DEN KONBROBATU. (BIGARREN DERIBATU EDO ALBOKO TARTEEN ZEINUA)
8. BIGARREN ALDAGAIA EBATZI
9. SOLUZIOA ARGI ADIERAZI